

Exemples de calcul de la parallaxe à partir des observations.

Avec les données pour la réduction des observations

P. Rocher (IMCCE) PR07

jeudi 12 février 2004

I.Introduction

Nous allons donner une série d'exemples de calcul de la valeur de la parallaxe à l'aide des formules que nous avons développées précédemment.

Nous allons nous placer à l'observatoire de Paris dont les coordonnées sont les suivantes :

$\varphi = 48^\circ 50' 11,2''$ nord, $\lambda = 2^\circ 20' 13,8''$ est (9min 20,92s est) et $h = 67$ m.

Le rayon terrestre R est égal à : 6378,140 km

Nous allons tenir compte de l'aplatissement terrestre $f = 1/298,257$.

En utilisant les formules suivantes on peut déterminer la latitude géocentrique φ' et le facteur ρ .

$$\rho \cos \varphi' = \cos u + \frac{h}{R} \cos \varphi$$

$$\rho \sin \varphi' = (1 - f) \sin u + \frac{h}{R} \sin \varphi$$

$$\tan u = (1 - f) \tan \varphi$$

$\varphi' = 48^\circ 38' 44,38''$ et $\rho = 0,9981171849$.

$\rho \sin \varphi' = 0,7492245345$ et $\rho \cos \varphi' = 0,6594698717$.

La parallaxe équatoriale solaire $\pi_0 = 8,79414''$.

Exemple 1

Mesure de la projection de la distance des centres de Vénus et du Soleil sur la tangente au parallèle céleste passant par le centre du Soleil.

Nous avons noté X_0 cette valeur.

Pour simplifier les calculs et éviter les interpolations des tables, nous allons choisir un instant de la tabulation pour notre exemple : 6h 5m UTC.

Nous allons calculer une valeur approchée X_c de X_p pour l'instant d'observation à l'aide de la formule (cf. formule 2 fiche n°04b) :

$$\begin{array}{l} X_p = X + U \\ U = \pi_0 W \rho \cos \varphi' \sin(\lambda - H_G) \end{array} \quad (1)$$

où l'on peut développer le sinus et faire apparaître les paramètres j et k ($j = -W \cdot \sin H_G$, $k = W \cdot \cos H_G$).

$$U = \pi_0 W \rho \cos \varphi' (\sin \lambda \cos H_G - \cos \lambda \sin H_G)$$

$$U = \pi_0 (j \rho \cos \varphi' \cos \lambda + k \rho \cos \varphi' \sin \lambda)$$

Les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$$X = 11,2181', j = 2,4756 \text{ et } k = 0,0644.$$

Ce qui donne $U = 0,2388'$ et $X_c = 11,4569'$. Le calcul rigoureux, sans approximation, donne $X_c = 11,4574'$ soit une différence de $0,03''$.

Supposons que l'on observe par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Le demi-diamètre apparent du Soleil étant de l'ordre de $945,4''$ la projection d'une seconde de degré mesure $0,106\text{mm}$ et le rayon de la projection de Vénus mesure environ 3mm . On se rend compte de la difficulté de réaliser une mesure précise. Supposons que vous mesuriez une projection X_o au centre du Soleil égale à $7,28\text{ cm}$ avec une précision du demi-millimètre ($0,05\text{ cm}$), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $X_o = 11,4708'$ avec une incertitude de $\Delta X_o = 4,727'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 4 fiche n°04b) :

$$(j \rho \cos \varphi' \cos \lambda + k \rho \cos \varphi' \sin \lambda) \delta \pi_0 = X_o - X_c \pm \Delta X_o \pm \frac{dX}{dt} \Delta t \quad (2)$$

le coefficient de $\delta \pi_0$ est égal à $1,6295$ et dX/dt est égal à $-3,9166''/\text{min}$.

La différence de la valeur observée et de la valeur calculée est de $-0,0134'$ ($-0,8072''$), si l'on exprime tout en secondes de degré nous trouvons :

$$\delta \pi_0 = -0,8072'' \pm 2,9'' \pm 0,04'' / s \cdot \Delta t$$

Ce qui donne pour la parallaxe équatoriale moyenne :

$$\pi_0 = 7,98694'' \pm 2,9'' \pm 0,04'' / s \cdot \Delta t$$

Cet exemple montre l'importance de la précision dans la mesure de X et l'influence de la précision du temps d'observation. Le demi-millimètre de précision dans la mesure de X produit des incertitudes de l'ordre de trois secondes de degré sur la valeur de la parallaxe ! Alors qu'une erreur d'une seconde sur l'instant d'observation ne produit qu'une incertitude de $0,04''$ sur la valeur de la parallaxe.

Exemple 2

Mesure de la projection de la distance des centres de Vénus et du Soleil sur la tangente au méridien céleste passant par le centre du Soleil.

Nous avons noté Y_o cette valeur.

Pour simplifier les calculs et éviter les interpolations des tables, nous allons choisir le même instant de la tabulation pour notre exemple : $6\text{h } 5\text{m UTC}$.

Nous allons calculer une valeur approchée Y_c de Y_p pour l'instant d'observation à l'aide de la formule (cf. formule 5 fiche n°04b) :

$$\begin{cases} Y_p = Y + V \\ V = \pi_0 W (\rho \cos \varphi' \sin \delta \cos(\lambda - H_G) - \rho \sin \varphi' \cos \delta) \end{cases} \quad (3)$$

où l'on peut développer le cosinus et faire apparaître les paramètres l , m et n ($l = W \sin \delta \cos H_G$, $m = W \sin \delta \sin H_G$, $n = -W \cos \delta$)

$$\begin{aligned} V &= \pi_0 W (\rho \cos \varphi' \sin \delta \cos \lambda \cos H_G + \rho \cos \varphi' \sin \delta \sin \lambda \sin H_G - \rho \sin \varphi' \cos \delta) \\ V &= \pi_0 (l \rho \cos \varphi' \cos \lambda + m \rho \cos \varphi' \sin \lambda + n \rho \sin \varphi') \end{aligned}$$

Les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$$Y = -8,0142', l = 0,0251, m = -0,9625 \text{ et } n = -2,2816.$$

Ce qui donne $U = -0.2443'$ et $Y_c = -8.2585'$.

Le calcul exact sans approximation donne $Y_c = -8,2590'$ soit une différence de $0,03''$.

Supposons que l'on observe de nouveau par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Supposons que vous mesuriez une projection Y_o au centre du Soleil égale à $-5,25$ cm avec une précision du demi-millimètre ($0,05$ cm), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $Y_o = -8,2723'$ avec une incertitude de $\Delta Y_o = 4,727'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 7 fiche n°04b) :

$$(l \rho \cos \varphi' \cos \lambda + m \rho \cos \varphi' \sin \lambda + n \rho \sin \varphi') \delta \pi_0 = Y_o - Y_c \pm \Delta Y_o \pm \frac{dY}{dt} \Delta t \quad (4)$$

Le coefficient de $\delta \pi_0$ est égal à $-1,6670$ et dY/dt est égal à $-0,9595''/\text{min}$, ce qui donne en convertissant tout en secondes de degré :

$$\begin{aligned} \delta \pi_0 &= 0,4787'' \pm 2,83'' \pm 0,009'' \Delta t \\ \pi_0 &= 9,24284'' \pm 2,83'' \pm 0,009'' \Delta t \end{aligned}$$

On constate de nouveau l'importance de l'erreur introduite par l'incertitude de la mesure de Y .

Exemple 3

Mesure de la distance angulaire entre les centres de Vénus et du Soleil.

Nous avons noté D_o cette valeur.

Nous utilisons toujours le même instant $t=6h 05m$.

Nous pouvons calculer une valeur approchée D_c de D_p par la formule suivante (cf. formule 11 fiche n°04b) :

$$D_p = D + \pi_0 (A \rho \cos \varphi' \cos \lambda + B \rho \cos \varphi' \sin \lambda + C \rho \sin \varphi') \quad (5)$$

Pour l'instant les tableaux de données fournissent :

$$D = 13,7867', A = 1,9998, B = 0,6119, C = 1,3263.$$

Ce qui donne $D_c = 14,1231'$, le calcul rigoureux, sans approximation donne $14,1239'$, soit un écart de $0,048''$.

Supposons que l'on observe de nouveau par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Supposons que vous mesuriez une projection D_o au centre du Soleil égale à 8,97 cm avec une précision du demi-millimètre (0,05 cm), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $D_o = 14,1337'$ avec une incertitude de $\Delta Y_o = 4,727'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 13 fiche n°04b) :

$$(A\rho \cos \varphi' \cos \lambda + B\rho \cos \varphi' \sin \lambda + C\rho \sin \varphi')\delta\pi_0 = D_o - D_c \pm \Delta D_o \pm \frac{dD}{dt} \Delta t \quad (6)$$

Le coefficient de $\delta\pi_0$ est égal à 2,2949 et dD/dt est égal à $-2,6290''/\text{min}$, ce qui donne en convertissant tout en secondes de degré :

$$\delta\pi_0 = 0,2771'' \pm 2,06'' \pm 0,02'' / s.\Delta t$$

$$\pi_0 = 9,07124'' \pm 2,06'' \pm 0,02'' / s.\Delta t$$

De nouveau on constate l'importance de l'incertitude de la mesure sur D .

Commentaires historiques

Quelles étaient ces valeurs pour les observations du XIX^e siècle ?

L'observation photographique à l'île St-Paul en 1874.

Les plaques (110mm x 68mm) prises à l'île St-Paul par l'équipe du commandant Mouchez, produisaient une image du Soleil de l'ordre de 31mm, les mesures faites donnent le rapport suivant 1mm sur les clichés correspond à 54,4974" dans le sens horizontal et 54,402" dans le sens vertical, les instants des clichés étaient donnés au dixième de seconde de temps. La lunette photographique avait un objectif de 135 millimètres d'ouverture et une distance focale de 3,80m, l'image du Soleil était projetée sur la plaque photographique qui se trouvait à 43mm de l'objectif. Les instants de prise de vue étaient enregistrés à l'aide d'un chronographe électrique couplé à une pendule sidérale. Au total les observateurs de l'île St-Paul ramenèrent 124 plaques daguerriennes représentant 443 poses, et 47 plaques au collodion représentant 142 poses (on effectuait plusieurs poses par plaques).

La réduction des plaques du passage de 1882.

Les mesures des 1019 plaques des passages de 1882 ont été faites de la manière suivante : les clichés étaient agrandis en même temps qu'un réseau de fils. Le réseau de fils avait pour but de mesurer les déformations des plaques, puis le bord du Soleil était pointé 64 fois et le bord de Vénus était pointé 24 fois, ces pointages étaient faits à l'aide de microscopes et la précision était de l'ordre du micron. On déduisait de ces pointés les centres des deux astres et leurs distances. On obtint finalement 900 valeurs des différences entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées réparties sur cinq sites d'observation. Les mesures faites deux fois et par deux personnes à chaque fois correspondent à environ 400000 pointés et 500000 lectures aux micromètres et aux échelles ; l'ensemble des mesures pris plus de quinze mois !

Exemple 4

Mesure des instants des contacts intérieurs.

Par exemple le premier contact intérieur à l'observatoire de Paris.

Nous avons vu que l'équation de condition pour un contact peut s'écrire sous la forme suivante (cf. formule 13 fiche n°04b) :

$$(A \cdot \cos \varphi \cos \lambda + B \cdot \cos \varphi \sin \lambda + C \cdot \sin \varphi) \delta \pi_0 + \sin \omega \cdot \delta x + \cos \omega \cdot \delta y - (\delta d \pm \delta d') + \frac{dD}{dt}(t_0 - t_c) \pm \frac{dD}{dt} \Delta t + \frac{dD}{dt} \delta \lambda = 0$$

On peut supposer de nos jours que l'erreur des tables et l'erreur en longitude sont nulles.

L'équation devient alors :

$$(A \cdot \cos \varphi \cos \lambda + B \cdot \cos \varphi \sin \lambda + C \cdot \sin \varphi) \delta \pi_0 - (\delta d \pm \delta d') = -\frac{dD}{dt}(t_0 - t_c) \pm \frac{dD}{dt} \Delta t \quad (7)$$

Pour le premier contact intérieur les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$$A = 2,1970, B = 0,2237, C = 1,1206, dD/dt = -2,9394''/\text{min}.$$

Le calcul approché de ce contact donne $t_c = 5\text{h } 39\text{m } 41,9\text{s}$ et le calcul rigoureux donne $t_c = 5\text{h } 39\text{m } 48,3\text{s}$, l'écart est de plusieurs secondes, il convient donc d'utiliser le calcul rigoureux dans la formule de réduction.

Le coefficient du terme $\delta \pi_0$ est égal à : 2,2812.

Supposons que l'on mesure l'instant du contact $t_o = 5\text{h } 39\text{m } 40\text{s}$.

On a alors l'équation :

$$2,2812 \delta \pi_0 - (\delta d - \delta d') = +2,9394''/\text{min}(-0,1383 \text{ min}) \pm 2,9394''/\text{min} \Delta t \quad (8)$$

Ce qui donne :

$$\delta \pi_0 = -0,1782'' \pm 0,0215''/s \cdot \Delta t + 0,4383(\delta d - \delta d')$$

$$\pi_0 = 8,615936'' \pm 0,0215''/s \cdot \Delta t + 0,4383(\delta d - \delta d')$$

Les erreurs sur les demi-diamètres sont exprimées en secondes de degré.

On peut faire un calcul identique pour le dernier contact extérieur.

$$A = -1,0929, B = -1,1376, C = 1,9090, dD/dt = 2,9391''/\text{min}.$$

Le calcul approché de ce contact donne $t_c = 11\text{h } 4\text{m } 21,9\text{s}$ et le calcul rigoureux donne $t_c = 11\text{h } 4\text{m } 20,8\text{s}$, l'écart n'est que de l'ordre d'une seconde, on utilise malgré tout le calcul rigoureux dans la formule de réduction.

Le coefficient du terme $\delta \pi_0$ est égal à : 0,74073.

Supposons que l'on mesure l'instant du contact $t_o = 11\text{h } 4\text{m } 18\text{s}$.

On a alors l'équation :

$$0,74073 \delta \pi_0 - (\delta d - \delta d') = -2,9391''/\text{min}(-0,0466 \text{ min}) \pm 2,9391''/\text{min} \Delta t \quad (9)$$

Ce qui donne :

$$\delta \pi_0 = 0,1851'' \pm 0,0661''/s \cdot \Delta t + 1,3500(\delta d - \delta d')$$

$$\pi_0 = 8,97924'' \pm 0,0661''/s \cdot \Delta t + 1,3500(\delta d - \delta d')$$

On peut faire plusieurs remarques sur les valeurs obtenues :

L'erreur de mesure, qui ne porte plus que sur le temps du contact, a un effet sur le résultat bien inférieur aux erreurs de mesure des distances des exemples précédents, néanmoins si l'on

désire avoir une précision de l'ordre du centième de seconde de degré avec une seule observation l'erreur en Δt doit être de l'ordre de la seconde de temps.

La mesure de la durée du phénomène s'obtient en faisant la différence des deux équations 8 et 9, on obtient alors une équation où le terme lié aux demi-diamètres disparaît :

$$1,5339\delta\pi_0 = 0,26955'' \pm 0,04898/s.\Delta t_1 \pm 0,04899''/s.\Delta t_2$$

$$\delta\pi_0 = 0,17573'' \pm 0,03194''/s(\Delta t_1 + \Delta t_2)$$

$$\pi_0 = 8,96987'' \pm 0,03194''/s(\Delta t_1 + \Delta t_2)$$

La combinaison des deux équations 8 et 9 permet également de calculer la précision sur la différence des demi-diamètres.

L'usage d'un grand nombre d'observations et la méthode des moindres carrés permettent de trouver les valeurs des deux inconnues (la correction de parallaxe et l'erreur sur la différence des demi-diamètres).

Valeurs des paramètres pour le passage du 8 juin 2004

Les deux tableaux suivants donnent les valeurs des paramètres j , k , l , m , n , dX/dt , dY/dt , $\cos\omega$ et $\sin\omega$ avec un pas de tabulation de 5 minutes de temps. Toutes les valeurs sont sans dimension à l'exception de dX/dt et de dY/dt qui sont exprimées en secondes de degré par minute de temps.

T UTC	j	k	l	m	n	dX/dt "/min	dY/dt "/min	$\cos\omega$	$\sin\omega$
5h05m	2.4080	-0.5784	-0.2248	-0.9360	-2.2817	-3.9161	-0.9621	-0.4232	0.9060
5h10m	2.4200	-0.5258	-0.2044	-0.9407	-2.2817	-3.9161	-0.9619	-0.4347	0.9006
5h15m	2.4309	-0.4728	-0.1838	-0.9450	-2.2817	-3.9162	-0.9617	-0.4466	0.8948
5h20m	2.4406	-0.4197	-0.1632	-0.9488	-2.2817	-3.9162	-0.9615	-0.4587	0.8886
5h25m	2.4492	-0.3664	-0.1424	-0.9521	-2.2817	-3.9163	-0.9613	-0.4711	0.8821
5h30m	2.4566	-0.3129	-0.1216	-0.9550	-2.2817	-3.9163	-0.9611	-0.4838	0.8752
5h35m	2.4629	-0.2592	-0.1008	-0.9575	-2.2817	-3.9163	-0.9609	-0.4968	0.8678
5h40m	2.4679	-0.2054	-0.0799	-0.9594	-2.2817	-3.9164	-0.9607	-0.5102	0.8601
5h45m	2.4718	-0.1515	-0.0589	-0.9610	-2.2816	-3.9164	-0.9605	-0.5238	0.8518
5h50m	2.4745	-0.0976	-0.0379	-0.9620	-2.2816	-3.9165	-0.9604	-0.5377	0.8431
5h55m	2.4761	-0.0436	-0.0170	-0.9626	-2.2816	-3.9165	-0.9602	-0.5520	0.8339
6h00m	2.4764	0.0104	0.0041	-0.9628	-2.2816	-3.9166	-0.9600	-0.5665	0.8241
6h05m	2.4756	0.0644	0.0251	-0.9625	-2.2816	-3.9166	-0.9598	-0.5813	0.8137
6h10m	2.4736	0.1184	0.0460	-0.9617	-2.2816	-3.9167	-0.9596	-0.5964	0.8027
6h15m	2.4705	0.1723	0.0670	-0.9605	-2.2816	-3.9167	-0.9594	-0.6117	0.7911
6h20m	2.4661	0.2262	0.0879	-0.9588	-2.2816	-3.9167	-0.9592	-0.6273	0.7788
6h25m	2.4606	0.2799	0.1088	-0.9567	-2.2816	-3.9168	-0.9590	-0.6432	0.7657
6h30m	2.4539	0.3335	0.1297	-0.9541	-2.2816	-3.9168	-0.9588	-0.6592	0.7520
6h35m	2.4460	0.3870	0.1505	-0.9511	-2.2816	-3.9169	-0.9586	-0.6754	0.7375
6h40m	2.4370	0.4402	0.1712	-0.9476	-2.2816	-3.9169	-0.9584	-0.6918	0.7221
6h45m	2.4268	0.4933	0.1918	-0.9436	-2.2816	-3.9170	-0.9582	-0.7082	0.7060
6h50m	2.4155	0.5461	0.2123	-0.9392	-2.2816	-3.9170	-0.9580	-0.7248	0.6890
6h55m	2.4030	0.5987	0.2328	-0.9344	-2.2816	-3.9170	-0.9578	-0.7414	0.6711
7h00m	2.3894	0.6509	0.2531	-0.9291	-2.2816	-3.9171	-0.9577	-0.7580	0.6523
7h5m	2.3746	0.7029	0.2733	-0.9234	-2.2816	-3.9171	-0.9575	-0.7745	0.6326
7h10m	2.3587	0.7545	0.2934	-0.9172	-2.2816	-3.9172	-0.9573	-0.7909	0.6119
7h15m	2.3417	0.8058	0.3133	-0.9106	-2.2816	-3.9172	-0.9571	-0.8071	0.5904
7h20m	2.3236	0.8567	0.3331	-0.9035	-2.2816	-3.9173	-0.9569	-0.8231	0.5679
7h25m	2.3043	0.9072	0.3528	-0.8961	-2.2816	-3.9173	-0.9567	-0.8388	0.5444
7h30m	2.2840	0.9572	0.3722	-0.8882	-2.2816	-3.9173	-0.9565	-0.8541	0.5201
7h35m	2.2626	1.0068	0.3915	-0.8799	-2.2815	-3.9174	-0.9563	-0.8690	0.4948
7h40m	2.2401	1.0559	0.4106	-0.8711	-2.2815	-3.9174	-0.9561	-0.8834	0.4687
7h45m	2.2165	1.1045	0.4295	-0.8620	-2.2815	-3.9175	-0.9559	-0.8971	0.4417
7h50m	2.1919	1.1526	0.4482	-0.8524	-2.2815	-3.9175	-0.9557	-0.9103	0.4140
7h55m	2.1662	1.2001	0.4667	-0.8424	-2.2815	-3.9176	-0.9555	-0.9227	0.3856
8h00m	2.1395	1.2471	0.4850	-0.8321	-2.2815	-3.9176	-0.9553	-0.9343	0.3565
8h5m	2.1118	1.2935	0.5030	-0.8213	-2.2815	-3.9176	-0.9551	-0.9451	0.3268
8h10m	2.0831	1.3392	0.5208	-0.8101	-2.2815	-3.9177	-0.9549	-0.9550	0.2966
8h15m	2.0534	1.3843	0.5384	-0.7986	-2.2815	-3.9177	-0.9548	-0.9640	0.2660
8h20m	2.0227	1.4288	0.5557	-0.7867	-2.2815	-3.9178	-0.9546	-0.9720	0.2350
8h25m	1.9911	1.4726	0.5727	-0.7744	-2.2815	-3.9178	-0.9544	-0.9790	0.2038
8h30m	1.9585	1.5157	0.5895	-0.7617	-2.2815	-3.9179	-0.9542	-0.9850	0.1725
8h35m	1.9250	1.5580	0.6060	-0.7487	-2.2815	-3.9179	-0.9540	-0.9900	0.1411
8h40m	1.8905	1.5996	0.6222	-0.7353	-2.2815	-3.9179	-0.9538	-0.9939	0.1098
8h45m	1.8552	1.6405	0.6381	-0.7216	-2.2815	-3.9180	-0.9536	-0.9969	0.0787

T UTC	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>dX/dt</i>	<i>dY/dt</i>	<i>cosω</i>	<i>sinω</i>
8h50m	1.8190	1.6806	0.6537	-0.7075	-2.2815	-3.9180	-0.9534	-0.9989	0.0477
8h55m	1.7819	1.7198	0.6689	-0.6931	-2.2815	-3.9181	-0.9532	-0.9999	0.0171
9h00m	1.7439	1.7583	0.6839	-0.6783	-2.2815	-3.9181	-0.9530	-0.9999	-0.0131
9h5m	1.7052	1.7959	0.6985	-0.6632	-2.2815	-3.9181	-0.9528	-0.9991	-0.0428
9h10m	1.6656	1.8327	0.7129	-0.6479	-2.2814	-3.9182	-0.9526	-0.9974	-0.0720
9h15m	1.6252	1.8686	0.7268	-0.6322	-2.2814	-3.9182	-0.9524	-0.9949	-0.1006
9h20m	1.5841	1.9036	0.7404	-0.6162	-2.2814	-3.9183	-0.9522	-0.9917	-0.1286
9h25m	1.5422	1.9377	0.7537	-0.5999	-2.2814	-3.9183	-0.9520	-0.9878	-0.1559
9h30m	1.4995	1.9709	0.7666	-0.5833	-2.2814	-3.9183	-0.9519	-0.9832	-0.1824
9h35m	1.4562	2.0031	0.7792	-0.5664	-2.2814	-3.9184	-0.9517	-0.9781	-0.2082
9h40m	1.4122	2.0344	0.7914	-0.5493	-2.2814	-3.9184	-0.9515	-0.9724	-0.2332
9h45m	1.3674	2.0647	0.8032	-0.5319	-2.2814	-3.9185	-0.9513	-0.9663	-0.2574
9h50m	1.3221	2.0940	0.8146	-0.5143	-2.2814	-3.9185	-0.9511	-0.9597	-0.2809
9h55m	1.2761	2.1224	0.8256	-0.4964	-2.2814	-3.9186	-0.9509	-0.9528	-0.3035
10h00m	1.2295	2.1497	0.8363	-0.4783	-2.2814	-3.9186	-0.9507	-0.9456	-0.3253
10h05m	1.1823	2.1760	0.8465	-0.4599	-2.2814	-3.9186	-0.9505	-0.9381	-0.3464
10h10m	1.1346	2.2013	0.8563	-0.4414	-2.2814	-3.9187	-0.9503	-0.9304	-0.3666
10h15m	1.0863	2.2255	0.8658	-0.4226	-2.2814	-3.9187	-0.9501	-0.9224	-0.3862
10h20m	1.0375	2.2487	0.8748	-0.4036	-2.2814	-3.9188	-0.9499	-0.9144	-0.4049
10h25m	0.9882	2.2707	0.8834	-0.3844	-2.2814	-3.9188	-0.9497	-0.9062	-0.4229
10h30m	0.9384	2.2918	0.8916	-0.3651	-2.2813	-3.9188	-0.9495	-0.8979	-0.4402
10h35m	0.8882	2.3117	0.8994	-0.3456	-2.2813	-3.9189	-0.9493	-0.8895	-0.4569
10h40m	0.8376	2.3305	0.9067	-0.3259	-2.2813	-3.9189	-0.9491	-0.8812	-0.4728
10h45m	0.7865	2.3482	0.9136	-0.3060	-2.2813	-3.9190	-0.9489	-0.8728	-0.4881
10h50m	0.7351	2.3648	0.9201	-0.2860	-2.2813	-3.9190	-0.9488	-0.8644	-0.5028
10h55m	0.6834	2.3803	0.9261	-0.2659	-2.2813	-3.9190	-0.9486	-0.8560	-0.5169
11h00m	0.6313	2.3946	0.9317	-0.2456	-2.2813	-3.9191	-0.9484	-0.8477	-0.5305
11h05m	0.5789	2.4078	0.9368	-0.2252	-2.2813	-3.9191	-0.9482	-0.8395	-0.5434
11h10m	0.5263	2.4199	0.9415	-0.2048	-2.2813	-3.9192	-0.9480	-0.8313	-0.5559
11h15m	0.4734	2.4308	0.9458	-0.1842	-2.2813	-3.9192	-0.9478	-0.8232	-0.5678
11h20m	0.4202	2.4405	0.9496	-0.1635	-2.2813	-3.9192	-0.9476	-0.8152	-0.5792
11h25m	0.3669	2.4491	0.9529	-0.1428	-2.2813	-3.9193	-0.9474	-0.8072	-0.5902
11h30m	0.3134	2.4565	0.9558	-0.1219	-2.2813	-3.9193	-0.9472	-0.7994	-0.6008
11h35m	0.2597	2.4628	0.9583	-0.1011	-2.2813	-3.9194	-0.9470	-0.7917	-0.6109

Les deux tableaux suivants donnent les valeurs des paramètres A , B , C , dD/dt , D , X et Y avec un pas de tabulation de 5 minutes de temps. Les trois premiers paramètres sont sans dimension, dD/dt est en secondes de degré par minute de temps, D , X et Y sont en minutes de degré.

T UTC	A	B	C	dD/dt "/min	D '	X '	Y '
5h05m	2.2768	-0.1279	0.9656	-3.1409	16.6791	15.1118	-7.0588
5h10m	2.2682	-0.0645	0.9919	-3.1085	16.4202	14.7873	-7.1385
5h15m	2.2571	-0.0011	1.0189	-3.0746	16.1641	14.4629	-7.2182
5h20m	2.2436	0.0622	1.0465	-3.0389	15.9108	14.1384	-7.2979
5h25m	2.2275	0.1254	1.0749	-3.0016	15.6606	13.8139	-7.3775
5h30m	2.2088	0.1882	1.1039	-2.9624	15.4135	13.4895	-7.4572
5h35m	2.1874	0.2507	1.1336	-2.9214	15.1697	13.1650	-7.5368
5h40m	2.1634	0.3128	1.1640	-2.8783	14.9295	12.8405	-7.6164
5h45m	2.1365	0.3742	1.1951	-2.8331	14.6928	12.5161	-7.6960
5h50m	2.1067	0.4350	1.2269	-2.7857	14.4601	12.1916	-7.7755
5h55m	2.0741	0.4950	1.2594	-2.7359	14.2313	11.8671	-7.8551
6h00m	2.0385	0.5540	1.2925	-2.6837	14.0068	11.5426	-7.9346
6h05m	1.9998	0.6119	1.3263	-2.6290	13.7867	11.2181	-8.0142
6h10m	1.9581	0.6686	1.3607	-2.5716	13.5712	10.8936	-8.0937
6h15m	1.9133	0.7239	1.3957	-2.5115	13.3607	10.5691	-8.1732
6h20m	1.8653	0.7776	1.4313	-2.4484	13.1552	10.2446	-8.2527
6h25m	1.8142	0.8297	1.4674	-2.3824	12.9550	9.9201	-8.3321
6h30m	1.7598	0.8797	1.5040	-2.3133	12.7605	9.5956	-8.4116
6h35m	1.7022	0.9277	1.5410	-2.2411	12.5718	9.2711	-8.4910
6h40m	1.6414	0.9734	1.5783	-2.1655	12.3892	8.9466	-8.5704
6h45m	1.5774	1.0166	1.6159	-2.0866	12.2131	8.6221	-8.6498
6h50m	1.5103	1.0570	1.6537	-2.0043	12.0436	8.2975	-8.7292
6h55m	1.4400	1.0945	1.6916	-1.9185	11.8811	7.9730	-8.8085
7h00m	1.3667	1.1288	1.7294	-1.8291	11.7258	7.6485	-8.8879
7h05m	1.2904	1.1598	1.7671	-1.7363	11.5781	7.3239	-8.9672
7h10m	1.2113	1.1871	1.8045	-1.6399	11.4382	6.9994	-9.0466
7h15m	1.1295	1.2107	1.8415	-1.5401	11.3064	6.6749	-9.1259
7h20m	1.0452	1.2302	1.8780	-1.4368	11.1831	6.3503	-9.2051
7h25m	0.9586	1.2455	1.9138	-1.3301	11.0684	6.0258	-9.2844
7h30m	0.8699	1.2564	1.9488	-1.2203	10.9628	5.7012	-9.3637
7h35m	0.7793	1.2628	1.9827	-1.1073	10.8663	5.3767	-9.4429
7h40m	0.6872	1.2644	2.0154	-0.9914	10.7794	5.0521	-9.5221
7h45m	0.5938	1.2612	2.0469	-0.8729	10.7021	4.7275	-9.6013
7h50m	0.4995	1.2531	2.0768	-0.7520	10.6348	4.4030	-9.6805
7h55m	0.4046	1.2400	2.1051	-0.6289	10.5776	4.0784	-9.7597
8h00m	0.3095	1.2220	2.1316	-0.5039	10.5306	3.7538	-9.8388
8h05m	0.2147	1.1989	2.1563	-0.3775	10.4941	3.4293	-9.9180
8h10m	0.1204	1.1709	2.1789	-0.2499	10.4681	3.1047	-9.9971
8h15m	0.0271	1.1380	2.1993	-0.1216	10.4527	2.7801	-10.0762
8h20m	-0.0647	1.1004	2.2176	0.0071	10.4480	2.4555	-10.1553
8h25m	-0.1548	1.0583	2.2336	0.1357	10.4539	2.1309	-10.2344
8h30m	-0.2428	1.0118	2.2473	0.2640	10.4704	1.8063	-10.3135
8h35m	-0.3282	0.9611	2.2586	0.3914	10.4976	1.4817	-10.3925
8h40m	-0.4108	0.9065	2.2677	0.5177	10.5353	1.1571	-10.4715
8h45m	-0.4901	0.8484	2.2744	0.6424	10.5833	0.8325	-10.5505

T UTC	A	B	C	dD/dt "/min	D '	X '	Y '
8h50m	-0.5661	0.7869	2.2789	0.7653	10.6417	0.5079	-10.6295
8h55m	-0.6383	0.7224	2.2811	0.8860	10.7101	0.1833	-10.7085
9h00m	-0.7067	0.6552	2.2813	1.0043	10.7884	-0.1413	-10.7875
9h05m	-0.7709	0.5857	2.2794	1.1198	10.8764	-0.4659	-10.8664
9h10m	-0.8310	0.5141	2.2755	1.2324	10.9739	-0.7905	-10.9454
9h15m	-0.8867	0.4409	2.2699	1.3419	11.0806	-1.1152	-11.0243
9h20m	-0.9380	0.3663	2.2625	1.4482	11.1962	-1.4398	-11.1032
9h25m	-0.9849	0.2905	2.2535	1.5511	11.3204	-1.7644	-11.1821
9h30m	-1.0273	0.2140	2.2432	1.6506	11.4531	-2.0891	-11.2610
9h35m	-1.0653	0.1370	2.2314	1.7466	11.5938	-2.4137	-11.3398
9h40m	-1.0989	0.0598	2.2185	1.8390	11.7424	-2.7383	-11.4186
9h45m	-1.1281	-0.0175	2.2045	1.9279	11.8985	-3.0630	-11.4975
9h50m	-1.1531	-0.0945	2.1896	2.0133	12.0618	-3.3876	-11.5763
9h55m	-1.1740	-0.1711	2.1738	2.0953	12.2320	-3.7123	-11.6551
10h00m	-1.1908	-0.2471	2.1573	2.1738	12.4089	-4.0370	-11.7338
10h05m	-1.2036	-0.3222	2.1402	2.2490	12.5921	-4.3616	-11.8126
10h10m	-1.2127	-0.3964	2.1225	2.3209	12.7814	-4.6863	-11.8913
10h15m	-1.2181	-0.4696	2.1044	2.3896	12.9766	-5.0109	-11.9701
10h20m	-1.2200	-0.5414	2.0860	2.4553	13.1773	-5.3356	-12.0488
10h25m	-1.2184	-0.6120	2.0673	2.5180	13.3833	-5.6603	-12.1275
10h30m	-1.2137	-0.6811	2.0484	2.5778	13.5945	-5.9850	-12.2061
10h35m	-1.2058	-0.7488	2.0293	2.6349	13.8104	-6.3096	-12.2848
10h40m	-1.1950	-0.8148	2.0102	2.6893	14.0310	-6.6343	-12.3634
10h45m	-1.1813	-0.8792	1.9911	2.7412	14.2560	-6.9590	-12.4421
10h50m	-1.1649	-0.9419	1.9719	2.7907	14.4852	-7.2837	-12.5207
10h55m	-1.1460	-1.0028	1.9529	2.8379	14.7183	-7.6084	-12.5993
11h00m	-1.1247	-1.0620	1.9339	2.8828	14.9553	-7.9331	-12.6779
11h05m	-1.1010	-1.1194	1.9151	2.9257	15.1960	-8.2578	-12.7564
11h10m	-1.0752	-1.1749	1.8964	2.9665	15.4401	-8.5825	-12.8350
11h15m	-1.0473	-1.2286	1.8779	3.0055	15.6875	-8.9072	-12.9135
11h20m	-1.0175	-1.2804	1.8596	3.0426	15.9380	-9.2319	-12.9920
11h25m	-0.9858	-1.3303	1.8415	3.0780	16.1916	-9.5566	-13.0705
11h30m	-0.9524	-1.3783	1.8237	3.1118	16.4480	-9.8813	-13.1490
11h35m	-0.9174	-1.4244	1.8061	3.1440	16.7072	-10.2060	-13.2275

Les deux tableaux suivants donnent les paramètres de réduction pour les instants des contacts et du maximum du passage géocentrique.

T UTC	j	k	l	m	n	dX/dt "/min	dY/dt "/min	$\cos\omega$	$\sin\omega$
5h 13m 33.157s	2.4279	-0.4882	-0.1898	-0.9438	-2.2817	-3.9162	-0.9618	-0.4431	0.8965
5h 32m 49.815s	2.4603	-0.2825	-0.1098	-0.9565	-2.2817	-3.9163	-0.9610	-0.4911	0.8711
8h 19m 43.545s	2.0244	1.4264	0.5547	-0.7873	-2.2815	-3.9178	-0.9546	-0.9716	0.2367
11h 6m 37.141s	0.5619	2.4118	0.9384	-0.2186	-2.2813	-3.9191	-0.9481	-0.8368	-0.5475
11h 25m 53.846s	0.3573	2.4505	0.9535	-0.1390	-2.2813	-3.9193	-0.9474	-0.8058	-0.5921

T UTC	A	B	C	dD/dt "/m	D '	X '	Y '
5h 13m 33.157s	2.2606	-0.0194	1.0110	-3.0846	16.2379	14.5568	-7.1951
5h 32m 49.815s	2.1970	0.2237	1.1206	-2.9394	15.2751	13.3058	-7.5022
8h 19m 43.545s	-0.0597	1.1026	2.2167	0.0000	10.4480	2.4733	-10.1510
11h 6m 37.141s	-1.0929	-1.1376	1.9090	2.9391	15.2746	-8.3629	-12.7819
11h 25m 53.846s	-0.9799	-1.3390	1.8383	3.0842	16.2374	-9.6149	-13.0846