

## FICHE PÉDAGOGIQUE N°05C :

### FORMULAIRES DE CALCUL DE LA PARALLAXE SOLAIRE

### À PARTIR DE L'OBSERVATION DES DISTANCES ENTRE VÉNUS ET LE CENTRE DU SOLEIL

---

J.-E. Arlot, P. Rocher (IMCCE)

vendredi 9 mars 2012

---

#### I. INTRODUCTION

---

Dans cette fiche nous allons donner un formulaire simple permettant de calculer une approximation de la parallaxe solaire (et donc l'Unité Astronomique ou UA) à partir de l'observation de la distance entre Vénus et le centre du Soleil. Contrairement au cas des contacts pour lequel nous avons besoin de deux observations éloignées, nous n'utiliserons qu'une seule observation avec la méthode dite « linéaire » qui compare la valeur observée de cette distance à la valeur théorique calculée. La différence entre ces deux valeurs nous permettra de corriger la valeur de la parallaxe solaire théorique utilisée dans les calculs. C'est en fait une méthode itérative mais nous nous limiterons à la dernière itération. Le but –pédagogique- de ce calcul, est de montrer que la valeur de l'UA calculée dépend de la qualité de la mesure de distance et aussi du lieu d'observation. Il sera intéressant de faire plusieurs calculs à partir d'observations faites à différents instants depuis le même lieu ou depuis des lieux éloignés pour comparer les valeurs obtenues et les moyenner.

---

#### COEFFICIENTS PRÉ-CALCULÉS

---

Pour obtenir ce formulaire, nous avons pré calculé des paramètres A, B, C et D qui ne dépendent pas de la position des observateurs mais qui rendent compte des mouvements de Vénus et de la Terre autour du Soleil ainsi que du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe. Attention, ils dépendent du temps et ont été tabulés en conséquence. Le paramètre  $dD/dt$  représente la variation instantanée de la distance du centre de Vénus au centre du Soleil. On peut donc ainsi calculer la valeur théorique de la distance mesurée et réduire l'observation (en déterminant une nouvelle valeur de la parallaxe –ou de l'UA-) en tenant compte du fait que les observateurs et les centres de Vénus, de la Terre et du Soleil ne sont pas dans le même plan et en intégrant le rapport des distances au Soleil et à Vénus donné par la troisième loi de Kepler. On trouvera ces tables à la fin de cette fiche.

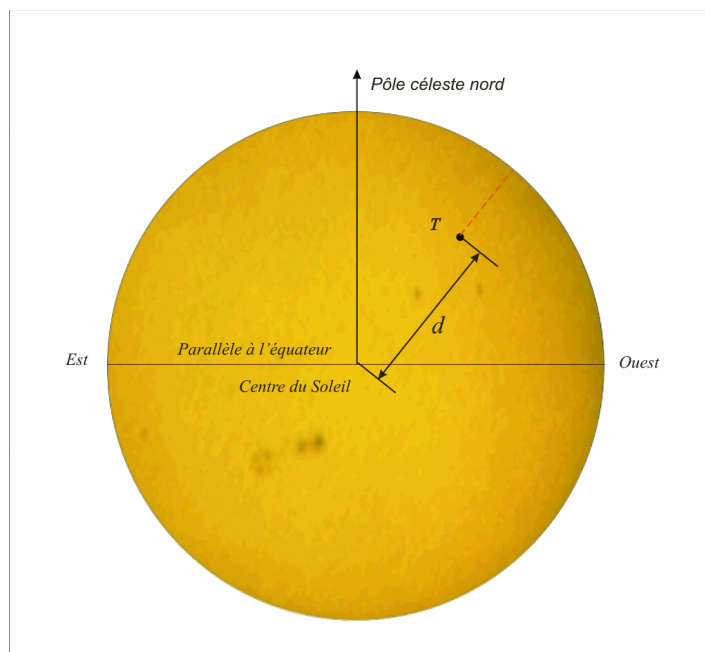


FIGURE 1 : VALEUR MESURÉE D ENTRE VÉNUS ET LE CENTRE DU SOLEIL

## II OBSERVATION DE LA DISTANCE DE VÉNUS AU CENTRE DU SOLEIL

Les données numériques dont vous devez disposer sont les suivants :

- latitude et longitude du lieu d'observation ( $\lambda, \varphi$ )
- la distance du centre de Vénus au centre du Soleil (voir figure ci-dessus) en minutes de degré
- l'instant de l'observation en Temps Universel (UTC)

Les formules à appliquer sont les suivantes :

- transformation de la latitude géographique  $\varphi$  du lieu en latitude géocentrique  $\varphi'$  :

$$\rho \cos \varphi' = \cos u + \frac{h}{R} \cos \varphi$$

$$\rho \sin \varphi' = (1 - f) \sin u + \frac{h}{R} \sin \varphi$$

$$\tan u = (1 - f) \tan \varphi$$

où  $h$  est l'altitude du lieu,  $R$  le rayon terrestre que l'on prendra égal à 6378,140 km et  $f$  l'aplatissement terrestre que l'on prendra égal à 1/298,257

et où  $\cos u$  et  $\sin u$  sont déduits de  $\tan u$

- calcul de la valeur approchée  $D_p$  de la distance théorique  $D_c$  Vénus-Soleil en utilisant les coefficients pré-calculés A, B, C et D donnés en fin de fiche

$$D_p = D + \pi_0 (A \rho \cos \varphi' \cos \lambda + B \rho \cos \varphi' \sin \lambda + C \rho \sin \varphi') \quad (\text{F2})$$

où  $\pi_0 = 8,79414''$  et où  $\rho \cos \varphi'$  et  $\rho \sin \varphi'$  sont calculés ci-dessus

Attention, pour un calcul plus précis il faut introduire la valeur exacte de  $D_c$  : le calcul est beaucoup plus compliqué et vous pouvez faire appel à un serveur d'éphémérides (par exemple [http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/formulaire/form\\_ephepos.php](http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/formulaire/form_ephepos.php)), calculer les positions du centre du Soleil et du centre de Vénus à l'instant de l'image analysée et en déduire la distance angulaire entre ces centres : c'est la distance  $D_c$  de la formule ci-dessus.

- calcul de la nouvelle parallaxe solaire et donc de la nouvelle UA :

Pour réduire cette observation nous allons utiliser la formule suivante:

$$\left( A \rho \cos \varphi' \cos \lambda + B \rho \cos \varphi' \sin \lambda + C \rho \sin \varphi' \right) \delta \pi_0 = D_o - D_c \pm \Delta D_o \pm \frac{dD}{dt} \Delta t \quad (\text{F3})$$

où  $D_o$  est notre mesure  $d$  exprimée en secondes de degré et A, B, C,  $dD/dt$  donné en fin de fiche

La parallaxe solaire déduite de notre observation est donc égale à  $\pi_0 + \delta \pi_0$  soit  $8,79414 + \delta \pi_0$

Pour faire le calcul, remplissez la feuille de calcul « distance » ci-après.

### FEUILLE DE CALCUL « DISTANCE » :

---

#### CALCUL DE LA PARALLAXE SOLAIRE À L'AIDE DE L'OBSERVATION DE LA DISTANCE ENTRE VÉNUS ET LE CENTRE DU SOLEIL

Moyenner un grand nombre d'observation est nécessaire pour obtenir un résultat correct

longitude géographique  $\lambda$  =

latitude géographique  $\varphi$  =

distance observée (Vénus – Soleil) :  $d$  = \_\_\_\_\_ en minutes de degré

instant de l'observation en Temps Universel (UTC) =

- transformation de la latitude géographique en latitude géocentrique :

(1) latitude géographique  $\varphi$  =

(2) Calculez le cosinus de  $\varphi$  :  $\cos(\varphi)$  =

(3) Calculez le sinus de  $\varphi$  :  $\sin(\varphi)$  =

(4) Altitude du lieu d'observation  $h$  = \_\_\_\_\_ en mètres

(5) Calculez  $\tan u = (1 - 1/298,257) \times \tan(\text{ligne (1)}) =$

(6) Calculez l'angle  $u$  (qui reste entre  $-90^\circ$  et  $+90^\circ$ ) =  $\arctan(\text{ligne(5)}) =$

(7) Calculez le cosinus de  $u$  =  $\cos(\text{ligne(6)}) =$

(8) Calculez le sinus de  $u$  =  $\sin(\text{ligne(6)}) =$

(9) Calculez  $(\rho \cos \varphi') = \cos u + (h/6378140) \cos \varphi$

= ligne (7) + [(ligne (4)/6378140) x ligne (2)] =

(10) Calculez  $(\rho \sin \varphi') = (1 - 1/298,257) \times \sin u + (h/6378140) \sin \varphi$

=  $(1 - 1/298,257) \times$  ligne (8) + [(ligne(4)/6378140) x ligne (3)] =

- calcul de la distance théorique « Vénus-Soleil » (ou bien utilisez un serveur d'éphémérides et allez à la ligne 20) :

(11) Calculez le cosinus de  $\lambda$  :  $\cos \lambda =$

(12) Calculez le sinus de  $\lambda$  :  $\sin \lambda =$

(13) Calculez  $(\rho \cos \varphi' \cos \lambda) =$  ligne (9) x ligne (11) =

(14) Calculez  $(\rho \cos \varphi' \sin \lambda) =$  ligne (9) x ligne (12) =

(15) Déterminez A à partir de la table en fin de fiche : A =

(16) Déterminez B à partir de la table en fin de fiche : B =

(17) Déterminez C à partir de la table en fin de fiche : C =

(18) Calculez le coefficient de  $\pi_0$  dans la formule (F2) :

= ligne (15) x ligne (13) + ligne (16) x ligne (14) + ligne (17) x ligne (10) =

(19) Déterminez D à partir de la table en fin de fiche : D =

(20) Calculez le deuxième membre de la formule (F2) i.e. la valeur de  $D_{\text{théorique}}$  :

= ligne (19) + 8,79414 x ligne (18) =

- calcul de la nouvelle parallaxe solaire :

(21) Votre mesure de  $d_{\text{observée}}$  en secondes de degré =

(22) La différence « observé – calculé » = ligne (21) – ligne (20) =

(23) Correction de parallaxe déduite de l'observation = ligne (22) / ligne (18) =

(24) Nouvelle parallaxe solaire  $\pi_0 = 8,79414 +$  ligne (25) =

- calcul de l'unité astronomique :

(25) Calculez l'unité astronomique :

UA = ligne (24) x (206265,806247 / 6 378,1363) =

Vous pouvez refaire le calcul pour d'autres valeurs observées et mesurées de la distance Vénus-Soleil soit sur le même site, soit sur d'autres sites et moyenner les résultats.

On rappelle que cette méthode n'est pas exacte, et que l'on doit utiliser des formules plus complexes pour réduire les observations (voyez les fiches n°4 et 5). Même si vos observations sont parfaites, vous n'obtiendrez qu'une valeur approchée de l'unité astronomique.

**COEFFICIENTS PRÉ-CALCULÉS À EMPLOYER DANS LE FORMULAIRE CI-DESSUS :**

Les deux tableaux suivants donnent les valeurs des paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $dD/dt$ ,  $D$  avec un pas de tabulation de 5 minutes de temps. Les trois premiers paramètres sont sans dimension,  $dD/dt$  est en secondes de degré par minute de temps,  $D$  est en minutes de degré.

T UTC	$A$	$B$	$C$	$dD/dt$ "/min	$D$ '
22h00m	-1.4369	-1.0885	-1.7006	-3.3471	16.7796
22h05m	-1.4093	-1.0981	-1.7175	-3.3222	16.5017
22h10m	-1.3816	-1.1061	-1.7348	-3.2961	16.2260
22h15m	-1.3539	-1.1126	-1.7524	-3.2686	15.9524
22h20m	-1.3263	-1.1173	-1.7704	-3.2397	15.6812
22h25m	-1.2989	-1.1204	-1.7887	-3.2093	15.4125
22h30m	-1.2717	-1.1217	-1.8073	-3.1772	15.1464
22h35m	-1.2447	-1.1212	-1.8263	-3.1434	14.8830
22h40m	-1.2181	-1.1188	-1.8456	-3.1078	14.6226
22h45m	-1.1919	-1.1145	-1.8652	-3.0702	14.3651
22h50m	-1.1661	-1.1083	-1.8851	-3.0306	14.1109
22h55m	-1.1409	-1.1000	-1.9053	-2.9888	13.8601
23h00m	-1.1163	-1.0896	-1.9257	-2.9446	13.6128
23h05m	-1.0924	-1.0772	-1.9463	-2.8980	13.3694
23h10m	-1.0693	-1.0625	-1.9671	-2.8488	13.1299
23h15m	-1.0471	-1.0456	-1.9880	-2.7969	12.8947
23h20m	-1.0258	-1.0264	-2.0090	-2.7421	12.6638
23h25m	-1.0056	-1.0048	-2.0300	-2.6842	12.4377
23h30m	-0.9866	-0.9809	-2.0510	-2.6231	12.2166
23h35m	-0.9687	-0.9546	-2.0718	-2.5587	12.0006
23h40m	-0.9523	-0.9257	-2.0924	-2.4907	11.7902
23h45m	-0.9373	-0.8944	-2.1127	-2.4191	11.5856
23h50m	-0.9238	-0.8606	-2.1326	-2.3436	11.3871
23h55m	-0.9120	-0.8242	-2.1519	-2.2641	11.1951
00h00m	-0.9020	-0.7854	-2.1706	-2.1805	11.0099
00h05m	-0.8938	-0.7440	-2.1885	-2.0926	10.8318
00h10m	-0.8876	-0.7001	-2.2054	-2.0005	10.6613
00h15m	-0.8835	-0.6538	-2.2212	-1.9039	10.4985
00h20m	-0.8814	-0.6052	-2.2358	-1.8028	10.3441
00h25m	-0.8816	-0.5543	-2.2489	-1.6972	10.1982
00h30m	-0.8841	-0.5013	-2.2603	-1.5871	10.0613
00h35m	-0.8889	-0.4462	-2.2699	-1.4726	9.9338
00h40m	-0.8961	-0.3894	-2.2776	-1.3538	9.8160
00h45m	-0.9057	-0.3309	-2.2830	-1.2308	9.7083
00h50m	-0.9177	-0.2710	-2.2861	-1.1039	9.6110
00h55m	-0.9322	-0.2100	-2.2867	-0.9732	9.5244
01h00m	-0.9490	-0.1482	-2.2846	-0.8392	9.4489
01h05m	-0.9682	-0.0858	-2.2797	-0.7022	9.3846
01h10m	-0.9897	-0.0231	-2.2720	-0.5626	9.3319
01h15m	-1.0133	0.0394	-2.2613	-0.4209	9.2909
01h20m	-1.0390	0.1014	-2.2477	-0.2776	9.2618
01h25m	-1.0667	0.1626	-2.2310	-0.1332	9.2447
01h30m	-1.0963	0.2226	-2.2115	0.0118	9.2396
01h35m	-1.1275	0.2811	-2.1890	0.1566	9.2466
01h40m	-1.1602	0.3378	-2.1638	0.3009	9.2657
01h45m	-1.1942	0.3922	-2.1359	0.4440	9.2968
01h50m	-1.2294	0.4443	-2.1055	0.5854	9.3397
01h55m	-1.2656	0.4936	-2.0728	0.7246	9.3943

T UTC	A	B	C	$dD/dt$ "/min	D '
02h00m	-1.3026	0.5399	-2.0381	0.8612	9.4604
02h05m	-1.3402	0.5832	-2.0014	0.9946	9.5377
02h10m	-1.3783	0.6231	-1.9631	1.1247	9.6260
02h15m	-1.4168	0.6597	-1.9234	1.2510	9.7250
02h20m	-1.4554	0.6928	-1.8825	1.3733	9.8344
02h25m	-1.4940	0.7224	-1.8406	1.4914	9.9538
02h30m	-1.5326	0.7484	-1.7981	1.6052	10.0829
02h35m	-1.5709	0.7709	-1.7550	1.7145	10.2212
02h40m	-1.6089	0.7899	-1.7115	1.8194	10.3685
02h45m	-1.6465	0.8054	-1.6680	1.9197	10.5243
02h50m	-1.6836	0.8175	-1.6245	2.0156	10.6883
02h55m	-1.7202	0.8264	-1.5811	2.1071	10.8601
03h00m	-1.7561	0.8320	-1.5381	2.1942	11.0394
03h05m	-1.7913	0.8346	-1.4955	2.2771	11.2257
03h10m	-1.8258	0.8341	-1.4535	2.3560	11.4188
03h15m	-1.8595	0.8308	-1.4120	2.4308	11.6183
03h20m	-1.8924	0.8248	-1.3713	2.5018	11.8238
03h25m	-1.9244	0.8161	-1.3313	2.5692	12.0352
03h30m	-1.9556	0.8050	-1.2921	2.6331	12.2519
03h35m	-1.9858	0.7914	-1.2538	2.6936	12.4739
03h40m	-2.0151	0.7756	-1.2164	2.7510	12.7008
03h45m	-2.0435	0.7576	-1.1798	2.8053	12.9323
03h50m	-2.0709	0.7376	-1.1441	2.8568	13.1683
03h55m	-2.0973	0.7157	-1.1094	2.9055	13.4084
04h00m	-2.1228	0.6919	-1.0756	2.9517	13.6525
04h05m	-2.1472	0.6664	-1.0426	2.9955	13.9003
04h10m	-2.1706	0.6393	-1.0106	3.0369	14.1516
04h15m	-2.1930	0.6106	-0.9795	3.0762	14.4064
04h20m	-2.2144	0.5805	-0.9493	3.1134	14.6643
04h25m	-2.2348	0.5490	-0.9199	3.1488	14.9252
04h30m	-2.2541	0.5162	-0.8913	3.1823	15.1890
04h35m	-2.2723	0.4822	-0.8636	3.2141	15.4555
04h40m	-2.2895	0.4470	-0.8367	3.2442	15.7247
04h45m	-2.3056	0.4108	-0.8106	3.2729	15.9962
04h50m	-2.3207	0.3736	-0.7852	3.3001	16.2701
04h55m	-2.3347	0.3354	-0.7606	3.3260	16.5462
05h00m	-2.3476	0.2963	-0.7367	3.3506	16.8244