

EXEMPLES DE CALCUL DE LA PARALLAXE À PARTIR DES
OBSERVATIONS.
AVEC LES DONNÉES POUR LA RÉDUCTION DES
OBSERVATIONS

P. Rocher (IMCCE) PR07

vendredi 9 mars 2012

I.INTRODUCTION

Nous allons donner une série d'exemples de calcul de la valeur de la parallaxe à l'aide des formules que nous avons développées précédemment.

Nous allons nous placer à Tokyo dont les coordonnées sont les suivantes :

$$\varphi = 35^\circ 40' \text{ nord}, \lambda = -139^\circ 45' \text{ est (9h 19min est) et } h = 0\text{m.}$$

Le rayon terrestre R est égal à : 6378,1363 km

Nous allons tenir compte de l'aplatissement terrestre $f = 1/298,257$.

En utilisant les formules suivantes, on peut déterminer la latitude géocentrique φ' et le facteur ρ .

$$\rho \cos \varphi' = \cos u + \frac{h}{R} \cos \varphi$$

$$\rho \sin \varphi' = (1 - f) \sin u + \frac{h}{R} \sin \varphi$$

$$\tan u = (1 - f) \tan \varphi$$

$\varphi' = 35^\circ 29' 04,42''$ et $\rho = 0,9988664551$ (ρ est exprimé en rayon terrestre équatorial).

$\rho \sin \varphi' = 0,5798255591$ et $\rho \cos \varphi' = 0,813348951$ (ces deux valeurs sont exprimées en rayon terrestre équatorial)

La parallaxe équatoriale solaire $\pi_0 = 8,794143''$.

EXEMPLE 1

Mesure de la projection de la distance des centres de Vénus et du Soleil sur la tangente au parallèle céleste passant par le centre du Soleil.

Nous avons noté X_0 cette valeur.

Pour simplifier les calculs et éviter les interpolations des tables, nous allons choisir un instant de la tabulation pour notre exemple : 23h 45m UTC.

Nous allons calculer une valeur approchée X_c de X_p pour l'instant d'observation à l'aide de la formule (cf. formule 2 fiche n°04b) :

$$\begin{cases} X_p = X + U \\ U = \pi_0 W \rho \cos \varphi' \sin(\lambda - H_G) \end{cases} \quad (1)$$

où l'on peut développer le sinus et faire apparaître les paramètres j et k ($j = -W \cdot \sin H_G$, $k = W \cdot \cos H_G$).

$$\begin{aligned} U &= \pi_0 W \rho \cos \varphi' (\sin \lambda \cos H_G - \cos \lambda \sin H_G) \\ U &= \pi_0 (j \rho \cos \varphi' \cos \lambda + k \rho \cos \varphi' \sin \lambda) \end{aligned}$$

Les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$$X = 4,4347', j = -0,1475 \text{ et } k = -2,4739.$$

$$T = : 23\text{h } 45\text{m} . 266.080'' \ 642.190'' \ 266.430'' \ 642.120'' \ -232.630''/\text{h} \ -60.714''/\text{h}$$

Ce qui donne $U = 0,2040'$ et $X_c = 4,6387'$. Le calcul rigoureux, sans approximation, donne $X_c = 4,6393'$ soit une différence de $0,04''$.

Supposons que l'on observe par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Le demi-diamètre apparent du Soleil étant de l'ordre de $945,7''$ la projection d'une seconde de degré mesure $0,106\text{mm}$ et le rayon de la projection de Vénus mesure environ 3mm . On se rend compte de la difficulté de réaliser une mesure précise. Supposons que vous mesuriez une projection X_o au centre du Soleil égale à $2,93\text{ cm}$ avec une précision du demi-millimètre ($0,05\text{ cm}$), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $X_o = 4,6182'$ avec une incertitude de $\Delta X_o = 4,728'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation, nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 4 fiche n°04b) :

$$(j \rho \cos \varphi' \cos \lambda + k \rho \cos \varphi' \sin \lambda) \delta \pi_0 = X_o - X_c \pm \Delta X_o \pm \frac{dX}{dt} \Delta t \quad (2)$$

Le coefficient de $\delta \pi_0$ est égal à $1,39166$ et dX/dt est égal à $-3,8771''/\text{min}$.

La différence de la valeur observée et de la valeur calculée est de $-0,0204'$ ($-1,224''$), si l'on exprime tout en secondes de degré nous trouvons :

$$\delta \pi_0 = -0,87972 \pm 3,4'' \pm 0,04'' / s \cdot \Delta t$$

Ce qui donne pour la parallaxe équatoriale moyenne :

$$\pi_0 = 7,914423 \pm 3,49 \pm 0,04'' / s \cdot \Delta t$$

Cet exemple montre l'importance de la précision dans la mesure de X et l'influence de la précision du temps d'observation. Le demi-millimètre de précision dans la mesure de X produit des incertitudes de l'ordre de 3,5 secondes de degré sur la valeur de la parallaxe ! Alors qu'une erreur d'une seconde sur l'instant d'observation ne produit qu'une incertitude de 0,04" sur la valeur de la parallaxe.

EXEMPLE 2

Mesure de la projection de la distance des centres de Vénus et du Soleil sur la tangente au méridien céleste passant par le centre du Soleil.

Nous avons noté Y_o cette valeur.

Pour simplifier les calculs et éviter les interpolations des tables, nous allons choisir le même instant de la tabulation pour notre exemple : 23h 45m UTC.

Nous allons calculer une valeur approchée Y_c de Y_p pour l'instant d'observation à l'aide de la formule (cf. formule 5 fiche n°04b) :

$$\boxed{\begin{aligned} Y_p &= Y + V \\ V &= \pi_0 W (\rho \cos \varphi' \sin \delta \cos(\lambda - H_G) - \rho \sin \varphi' \cos \delta) \end{aligned}} \quad (3)$$

où l'on peut développer le cosinus et faire apparaître les paramètres l , m et n ($l = W \sin \delta \cos H_G$, $m = W \sin \delta \sin H_G$, $n = -W \cos \delta$)

$$\begin{aligned} V &= \pi_0 W (\rho \cos \varphi' \sin \delta \cos \lambda \cos H_G + \rho \cos \varphi' \sin \delta \sin \lambda \sin H_G - \rho \sin \varphi' \cos \delta) \\ V &= \pi_0 (l \rho \cos \varphi' \cos \lambda + m \rho \cos \varphi' \sin \lambda + n \rho \sin \varphi') \end{aligned}$$

Les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$$Y = 10,7032', l = -0,9534, m = 0,0569 \text{ et } n = -2,2868.$$

Ce qui donne $V = -0,1120'$ et $Y_c = 10,5912'$.

Le calcul exact sans approximation donne $Y_c = 10,5924'$ soit une différence de 0,07".

Supposons que l'on observe de nouveau par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Supposons que vous mesuriez une projection Y_o au centre du Soleil égale à 6,71 cm avec une précision du demi-millimètre (0,05 cm), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $Y_o = 10,5764'$ avec une incertitude de $\Delta Y_o = 4,728'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation, nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 7 fiche n°04b) :

$$\boxed{(l \rho \cos \varphi' \cos \lambda + m \rho \cos \varphi' \sin \lambda + n \rho \sin \varphi') \delta \pi_0 = Y_o - Y_c \pm \Delta Y_o \pm \frac{dY}{dt} \Delta t} \quad (4)$$

Le coefficient de $\delta \pi_0$ est égal à $-0,7640$ et dY/dt est égal à $-1,0121''/\text{min}$, ce qui donne en convertissant tout en secondes de degré :

$$\delta\pi_0 = 1,1623 \pm 6,19'' \pm 0,022'' / s.\Delta t$$

$$\pi_0 = 9,9564'' \pm 6,19'' \pm 0,022'' / s.\Delta t$$

On constate de nouveau l'importance de l'erreur ($\pm 6,19''$) introduite par l'incertitude de la mesure de Y .

EXEMPLE 3

Mesure de la distance angulaire entre les centres de Vénus et du Soleil.

Nous avons noté D_o cette valeur.

Nous utilisons toujours le même instant $t=23h 45m$.

Nous pouvons calculer une valeur approchée D_c de D_p par la formule suivante (cf. formule 11 fiche n°04b) :

$$D_p = D + \pi_0 (A \rho \cos \varphi' \cos \lambda + B \rho \cos \varphi' \sin \lambda + C \rho \sin \varphi') \quad (5)$$

Pour l'instant les tableaux de données fournissent :

$$D = 11,5856', A = -0,9373, B = -0,8944, C = -2,1127.$$

Ce qui donne $D_c = 11,5635'$, le calcul rigoureux, sans approximation donne $11,5638'$, soit un écart de $0,018''$.

Supposons que l'on observe de nouveau par projection et que le disque solaire ait un rayon de 10 cm. Supposons que vous mesuriez une projection D_o au centre du Soleil égale à 7,32 cm avec une précision du demi-millimètre (0,05 cm), ce qui donne une mesure en minute de degré égale à $D_o = 11,5379'$ avec une incertitude de $\Delta D_o = 4,728'' = 0,0788'$.

Pour réduire cette observation, nous allons utiliser la formule suivante (cf. formule 13 fiche n°04b) :

$$(A \rho \cos \varphi' \cos \lambda + B \rho \cos \varphi' \sin \lambda + C \rho \sin \varphi') \delta\pi_0 = D_o - D_c \pm \Delta D_o \pm \frac{dD}{dt} \Delta t \quad (6)$$

Le coefficient de $\delta\pi_0$ est égal à -0.1731 et dD/dt est égal à $-2,4191''/\text{min}$, ce qui donne en convertissant tout en secondes de degré :

$$\delta\pi_0 = 8,8734'' \pm 27,31'' \pm 0,23'' / s.\Delta t$$

$$\pi_0 = 17,6676'' \pm 27,31'' \pm 0,23'' / s.\Delta t$$

De nouveau, on constate l'importance de l'incertitude de la mesure sur D . Cette valeur importante provient de la valeur du coefficient de $\delta\pi_0$ qui revient à multiplier par 5,7 l'erreur de mesure ! Pour un lieu donné, on aura donc intérêt à choisir un instant de mesure qui maximalise la valeur de ce coefficient.

COMMENTAIRES HISTORIQUES

Quelles étaient ces valeurs pour les observations du XIX^e siècle ?

L'observation photographique à l'île Saint-Paul en 1874.

Les plaques (110mm x 68mm) prises à l'île Saint-Paul par l'équipe du commandant Mouchez, produisaient une image du Soleil de l'ordre de 31mm, les mesures faites donnent le rapport suivant 1mm sur les clichés correspond à 54,4974" dans le sens horizontal et 54,402" dans le sens horizontal, les instants des clichés étaient donnés au dixième de seconde de temps. La lunette photographique avait un objectif de 135 millimètres d'ouverture et une distance focale de 3,80m, l'image du Soleil était projetée sur la plaque photographique qui se trouvait à 43mm de l'objectif. Les instants de prise de vue étaient enregistrés à l'aide d'un chronographe électrique couplé à une pendule sidérale. Au total, les observateurs de l'île Saint-Paul rapportèrent 124 plaques daguerriennes représentant 443 poses, et 47 plaques au collodion représentant 142 poses (on effectuait plusieurs poses par plaques).

La réduction des plaques du passage de 1882.

Les mesures des 1019 plaques des passages de 1882 ont été faites de la manière suivante : les clichés étaient agrandis en même temps qu'un réseau de fils. Le réseau de fils avait pour but de mesurer les déformations des plaques, puis le bord du Soleil était pointé 64 fois et le bord de Vénus était pointé 24 fois, ces pointages étaient faits à l'aide de microscopes et la précision était de l'ordre du micron. On déduisait de ces pointés les centres des deux astres et leurs distances. On obtint finalement 900 valeurs des différences entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées réparties sur cinq sites d'observation. Les mesures faites deux fois et par deux personnes à chaque fois correspondent à environ 400000 pointés et 500000 lectures aux micromètres et aux échelles ; l'ensemble des mesures prit plus de quinze mois !

EXEMPLE 4

Mesure des instants des contacts intérieurs.

Par exemple le premier contact intérieur à l'observatoire de Paris.

Nous avons vu que l'équation de condition pour un contact peut s'écrire sous la forme suivante (cf. formule 13 fiche n°04b) :

$$(A \cdot \cos \varphi \cos \lambda + B \cdot \cos \varphi \sin \lambda + C \cdot \sin \varphi) \delta \pi_0 + \sin \omega \cdot \delta x + \cos \omega \cdot \delta y - (\delta d \pm \delta d') + \frac{dD}{dt} (t_0 - t_c) \pm \frac{dD}{dt} \Delta t + \frac{dD}{dt} \delta \lambda = 0$$

On peut supposer de nos jours que l'erreur des tables et l'erreur en longitude sont nulles.

L'équation devient alors :

$$(A \cdot \cos \varphi \cos \lambda + B \cdot \cos \varphi \sin \lambda + C \cdot \sin \varphi) \delta \pi_0 - (\delta d \pm \delta d') = - \frac{dD}{dt} (t_0 - t_c) \pm \frac{dD}{dt} \Delta t \quad (7)$$

Pour le premier contact intérieur, les tableaux de données nous fournissent les valeurs suivantes :

$A = -1,3833, B = -1,1057, C = -1,7337, dD/dt = -3,2978''/\text{min}.$

Le calcul approché de ce contact donne $t_c = 22\text{h } 28\text{m } 24,6\text{s}$ et le calcul rigoureux donne $t_c = 22\text{h } 28\text{m } 29,2\text{s}$, l'écart est de plusieurs secondes, il convient donc d'utiliser le calcul rigoureux dans la formule de réduction.

Le coefficient du terme $\delta\pi_0$ est égal à : 0,4345.

Supposons que l'on mesure l'instant du contact $t_o = 22\text{h } 28\text{m } 28\text{s}.$

On a alors l'équation :

$$0,4345\delta\pi_0 - (\delta d - \delta d') = +3,2978''/\text{min}(-0,02\text{ min}) \pm 3,2978''/\text{min} \Delta t \quad (8)$$

Ce qui donne :

$$\delta\pi_0 = 0,1518'' \pm 0,1265''/s.\Delta t + 2,3015(\delta d - \delta d')$$

$$\pi_0 = 8,945943'' \pm 0,1265''/s.\Delta t + 2,3015(\delta d - \delta d')$$

Les erreurs sur les demi-diamètres sont exprimées en secondes de degré.

On peut faire un calcul identique pour le dernier contact intérieur.

$A = -2,2604, B = 0,5047, C = -0,8818, dD/dt = 3,1933''/\text{min}.$

Le calcul approché de ce contact donne $t_c = 4\text{h } 29\text{m } 59,4\text{s}$ et le calcul rigoureux donne $t_c = 4\text{h } 29\text{m } 58,8\text{s}$, l'écart est inférieur à une seconde, on utilise malgré tout le calcul rigoureux dans la formule de réduction.

Le coefficient du terme $\delta\pi_0$ est égal à : 0,6267.

Supposons que l'on mesure l'instant du contact $t_o = 4\text{h } 29\text{m } 57,9\text{s}.$

On a alors l'équation :

$$0,6267\delta\pi_0 - (\delta d - \delta d') = -3,1933''/\text{min}(-0,015\text{ min}) \pm 3,1933''/\text{min} \Delta t \quad (9)$$

Ce qui donne :

$$\delta\pi_0 = 0,0764'' \pm 0,0849''/s.\Delta t + 1,5956(\delta d - \delta d')$$

$$\pi_0 = 8,870543'' \pm 0,0849''/s.\Delta t + 1,5956(\delta d - \delta d')$$

On peut faire plusieurs remarques sur les valeurs obtenues :

L'erreur de mesure, qui ne porte plus que sur le temps du contact, a un effet sur le résultat bien inférieur aux erreurs de mesure des distances des exemples précédents, néanmoins si l'on désire avoir une précision de l'ordre du centième de seconde de degré avec une seule observation l'erreur en Δt doit être de l'ordre du dixième de seconde de temps.

La mesure de la durée du phénomène s'obtient en faisant la différence des deux équations 8 et 9, on obtient alors une équation où le terme lié aux demi-diamètres disparaît :

$$0,1918\delta\pi_0 = 0,0181'' \pm 0,05496'' / s.\Delta t_1 \pm 0,05322'' / s.\Delta t_2$$

$$\delta\pi_0 = 0,09436'' \pm 0,05496'' / s.\Delta t_1 \pm 0,05322'' / s.\Delta t_2$$

$$\pi_0 = 8,888503'' \pm 0,05496'' / s.\Delta t_1 \pm 0,05322'' / s.\Delta t_2$$

La combinaison des deux équations 8 et 9 permet également de calculer la précision sur la différence des demi-diamètres.

L'usage d'un grand nombre d'observations et la méthode des moindres carrés permettent de trouver les valeurs des deux inconnues (la correction de parallaxe et l'erreur sur la différence des demi-diamètres).

VALEURS DES PARAMÈTRES POUR LE PASSAGE DES 5-6 JUIN 2012

Les deux tableaux suivants donnent les valeurs des paramètres $j, k, l, m, n, dX/dt, dY/dt, \cos\omega$ et $\sin\omega$ avec un pas de tabulation de 5 minutes de temps. Toutes les valeurs sont sans dimension à l'exception de dX/dt et de dY/dt qui sont exprimées en secondes de degré par minute de temps.

T UTC	j	k	l	m	n	dX/dt "/min	dY/dt "/min	$\cos\omega$	$\sin\omega$
22h00m	-1.2264	-2.1536	-0.8297	0.4725	-2.2870	-3.8761	-1.0160	0.7436	0.6686
22h05m	-1.1791	-2.1798	-0.8398	0.4543	-2.2869	-3.8762	-1.0158	0.7510	0.6603
22h10m	-1.1313	-2.2050	-0.8496	0.4359	-2.2869	-3.8762	-1.0156	0.7586	0.6516
22h15m	-1.0829	-2.2292	-0.8589	0.4172	-2.2869	-3.8763	-1.0154	0.7663	0.6425
22h20m	-1.0340	-2.2522	-0.8678	0.3984	-2.2869	-3.8763	-1.0152	0.7741	0.6330
22h25m	-0.9847	-2.2743	-0.8763	0.3794	-2.2869	-3.8763	-1.0150	0.7821	0.6231
22h30m	-0.9348	-2.2952	-0.8844	0.3602	-2.2869	-3.8764	-1.0149	0.7903	0.6127
22h35m	-0.8845	-2.3151	-0.8920	0.3408	-2.2869	-3.8764	-1.0147	0.7986	0.6019
22h40m	-0.8338	-2.3338	-0.8993	0.3213	-2.2869	-3.8765	-1.0145	0.8070	0.5905
22h45m	-0.7827	-2.3514	-0.9061	0.3016	-2.2869	-3.8765	-1.0143	0.8156	0.5786
22h50m	-0.7313	-2.3679	-0.9124	0.2818	-2.2869	-3.8766	-1.0141	0.8243	0.5661
22h55m	-0.6794	-2.3833	-0.9184	0.2618	-2.2869	-3.8766	-1.0139	0.8331	0.5531
23h0m	-0.6273	-2.3976	-0.9239	0.2417	-2.2869	-3.8767	-1.0138	0.8421	0.5394
23h5m	-0.5748	-2.4107	-0.9290	0.2215	-2.2869	-3.8767	-1.0136	0.8511	0.5250
23h10m	-0.5221	-2.4227	-0.9336	0.2012	-2.2869	-3.8768	-1.0134	0.8602	0.5100
23h15m	-0.4691	-2.4335	-0.9378	0.1808	-2.2869	-3.8768	-1.0132	0.8693	0.4943
23h20m	-0.4160	-2.4431	-0.9415	0.1603	-2.2869	-3.8769	-1.0130	0.8785	0.4777
23h25m	-0.3626	-2.4516	-0.9448	0.1397	-2.2869	-3.8769	-1.0128	0.8877	0.4605
23h30m	-0.3090	-2.4589	-0.9476	0.1191	-2.2869	-3.8769	-1.0126	0.8968	0.4423
23h35m	-0.2553	-2.4651	-0.9500	0.0984	-2.2869	-3.8770	-1.0125	0.9059	0.4234
23h40m	-0.2015	-2.4701	-0.9519	0.0776	-2.2869	-3.8770	-1.0123	0.9150	0.4035
23h45m	-0.1475	-2.4739	-0.9534	0.0569	-2.2868	-3.8771	-1.0121	0.9238	0.3828
23h50m	-0.0935	-2.4765	-0.9544	0.0361	-2.2868	-3.8771	-1.0119	0.9325	0.3611
23h55m	-0.0395	-2.4780	-0.9550	0.0152	-2.2868	-3.8772	-1.0117	0.9410	0.3384
00h00m	0.0146	-2.4782	-0.9551	-0.0056	-2.2868	-3.8772	-1.0115	0.9492	0.3148
00h05m	0.0686	-2.4773	-0.9548	-0.0264	-2.2868	-3.8773	-1.0113	0.9570	0.2901
00h10m	0.1226	-2.4753	-0.9540	-0.0473	-2.2868	-3.8773	-1.0112	0.9644	0.2644
00h15m	0.1766	-2.4720	-0.9528	-0.0681	-2.2868	-3.8774	-1.0110	0.9713	0.2378
00h20m	0.2305	-2.4676	-0.9511	-0.0888	-2.2868	-3.8774	-1.0108	0.9777	0.2101
00h25m	0.2842	-2.4619	-0.9489	-0.1096	-2.2868	-3.8774	-1.0106	0.9834	0.1814
00h30m	0.3379	-2.4552	-0.9463	-0.1302	-2.2868	-3.8775	-1.0104	0.9884	0.1517
00h35m	0.3913	-2.4472	-0.9433	-0.1508	-2.2868	-3.8775	-1.0102	0.9926	0.1212
00h40m	0.4446	-2.4381	-0.9398	-0.1714	-2.2868	-3.8776	-1.0100	0.9960	0.0897
00h45m	0.4977	-2.4278	-0.9358	-0.1918	-2.2868	-3.8776	-1.0099	0.9984	0.0574
00h50m	0.5505	-2.4164	-0.9314	-0.2122	-2.2868	-3.8777	-1.0097	0.9997	0.0244
00h55m	0.6031	-2.4038	-0.9266	-0.2325	-2.2868	-3.8777	-1.0095	1.0000	-0.0093
01h00m	0.6554	-2.3901	-0.9213	-0.2526	-2.2868	-3.8778	-1.0093	0.9990	-0.0436
01h05m	0.7074	-2.3752	-0.9156	-0.2727	-2.2868	-3.8778	-1.0091	0.9969	-0.0783
01h10m	0.7590	-2.3592	-0.9094	-0.2926	-2.2868	-3.8778	-1.0089	0.9935	-0.1134
01h15m	0.8103	-2.3421	-0.9029	-0.3124	-2.2867	-3.8779	-1.0087	0.9889	-0.1487
01h20m	0.8612	-2.3239	-0.8958	-0.3320	-2.2867	-3.8779	-1.0086	0.9829	-0.1841
01h25m	0.9117	-2.3045	-0.8884	-0.3515	-2.2867	-3.8780	-1.0084	0.9756	-0.2193
01h30m	0.9617	-2.2841	-0.8805	-0.3708	-2.2867	-3.8780	-1.0082	0.9671	-0.2544
01h35m	1.0113	-2.2626	-0.8723	-0.3899	-2.2867	-3.8781	-1.0080	0.9573	-0.2892
01h40m	1.0604	-2.2400	-0.8636	-0.4088	-2.2867	-3.8781	-1.0078	0.9462	-0.3235
01h45m	1.1090	-2.2163	-0.8544	-0.4276	-2.2867	-3.8782	-1.0076	0.9340	-0.3572
01h50m	1.1571	-2.1916	-0.8449	-0.4461	-2.2867	-3.8782	-1.0074	0.9208	-0.3901

T UTC	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	dX/dt "/min	dY/dt "/min	$\cos\omega$	$\sin\omega$
01h55m	1.2046	-2.1658	-0.8350	-0.4644	-2.2867	-3.8782	-1.0072	0.9065	-0.4223
02h00m	1.2516	-2.1390	-0.8247	-0.4825	-2.2867	-3.8783	-1.0071	0.8913	-0.4535
02h05m	1.2979	-2.1112	-0.8140	-0.5004	-2.2867	-3.8783	-1.0069	0.8752	-0.4837
02h10m	1.3437	-2.0824	-0.8029	-0.5181	-2.2867	-3.8784	-1.0067	0.8585	-0.5128
02h15m	1.3888	-2.0526	-0.7914	-0.5355	-2.2867	-3.8784	-1.0065	0.8411	-0.5408
02h20m	1.4332	-2.0218	-0.7795	-0.5526	-2.2867	-3.8785	-1.0063	0.8232	-0.5677
02h25m	1.4770	-1.9901	-0.7673	-0.5695	-2.2867	-3.8785	-1.0061	0.8049	-0.5933
02h30m	1.5200	-1.9574	-0.7547	-0.5861	-2.2866	-3.8785	-1.0059	0.7863	-0.6178
02h35m	1.5624	-1.9238	-0.7418	-0.6024	-2.2866	-3.8786	-1.0058	0.7675	-0.6411
02h40m	1.6040	-1.8892	-0.7285	-0.6185	-2.2866	-3.8786	-1.0056	0.7485	-0.6631
02h45m	1.6448	-1.8538	-0.7148	-0.6342	-2.2866	-3.8787	-1.0054	0.7295	-0.6840
02h50m	1.6848	-1.8175	-0.7008	-0.6497	-2.2866	-3.8787	-1.0052	0.7104	-0.7038
02h55m	1.7241	-1.7803	-0.6865	-0.6648	-2.2866	-3.8788	-1.0050	0.6915	-0.7224
03h00m	1.7625	-1.7423	-0.6718	-0.6796	-2.2866	-3.8788	-1.0048	0.6727	-0.7400
03h05m	1.8001	-1.7034	-0.6569	-0.6941	-2.2866	-3.8789	-1.0046	0.6540	-0.7565
03h10m	1.8368	-1.6637	-0.6416	-0.7083	-2.2866	-3.8789	-1.0045	0.6356	-0.7720
03h15m	1.8727	-1.6233	-0.6260	-0.7222	-2.2866	-3.8789	-1.0043	0.6175	-0.7865
03h20m	1.9076	-1.5820	-0.6101	-0.7356	-2.2866	-3.8790	-1.0041	0.5997	-0.8002
03h25m	1.9417	-1.5401	-0.5939	-0.7488	-2.2866	-3.8790	-1.0039	0.5822	-0.8130
03h30m	1.9748	-1.4973	-0.5774	-0.7616	-2.2866	-3.8791	-1.0037	0.5651	-0.8250
03h35m	2.0070	-1.4539	-0.5607	-0.7740	-2.2866	-3.8791	-1.0035	0.5483	-0.8363
03h40m	2.0382	-1.4098	-0.5437	-0.7861	-2.2865	-3.8792	-1.0033	0.5320	-0.8468
03h45m	2.0685	-1.3650	-0.5264	-0.7977	-2.2865	-3.8792	-1.0031	0.5160	-0.8566
03h50m	2.0978	-1.3195	-0.5089	-0.8090	-2.2865	-3.8792	-1.0030	0.5004	-0.8658
03h55m	2.1260	-1.2735	-0.4911	-0.8200	-2.2865	-3.8793	-1.0028	0.4852	-0.8744
04h00m	2.1533	-1.2268	-0.4731	-0.8305	-2.2865	-3.8793	-1.0026	0.4704	-0.8825
04h05m	2.1796	-1.1795	-0.4549	-0.8406	-2.2865	-3.8794	-1.0024	0.4560	-0.8900
04h10m	2.2048	-1.1317	-0.4365	-0.8504	-2.2865	-3.8794	-1.0022	0.4420	-0.8970
04h15m	2.2289	-1.0833	-0.4178	-0.8597	-2.2865	-3.8795	-1.0020	0.4284	-0.9036
04h20m	2.2520	-1.0345	-0.3990	-0.8686	-2.2865	-3.8795	-1.0018	0.4152	-0.9097
04h25m	2.2740	-0.9851	-0.3800	-0.8771	-2.2865	-3.8795	-1.0016	0.4023	-0.9155
04h30m	2.2950	-0.9353	-0.3607	-0.8852	-2.2865	-3.8796	-1.0015	0.3898	-0.9209
04h35m	2.3148	-0.8850	-0.3414	-0.8929	-2.2865	-3.8796	-1.0013	0.3777	-0.9259
04h40m	2.3336	-0.8343	-0.3218	-0.9001	-2.2865	-3.8797	-1.0011	0.3659	-0.9306
04h45m	2.3512	-0.7832	-0.3021	-0.9069	-2.2865	-3.8797	-1.0009	0.3545	-0.9351
04h50m	2.3678	-0.7317	-0.2822	-0.9133	-2.2864	-3.8798	-1.0007	0.3434	-0.9392
04h55m	2.3831	-0.6799	-0.2623	-0.9193	-2.2864	-3.8798	-1.0005	0.3326	-0.9431
05h00m	2.3974	-0.6277	-0.2422	-0.9248	-2.2864	-3.8798	-1.0003	0.3222	-0.9467

Les deux tableaux suivants donnent les valeurs des paramètres A , B , C , dD/dt , D , X et Y avec un pas de tabulation de 5 minutes de temps. Les trois premiers paramètres sont sans dimension, dD/dt est en secondes de degré par minute de temps, D , X et Y sont en minutes de degré.

T UTC	A	B	C	dD/dt "/min	D '	X '	Y '
22h00m	-1.4369	-1.0885	-1.7006	-3.3471	16.7796	11.2188	12.4778
22h05m	-1.4093	-1.0981	-1.7175	-3.3222	16.5017	10.8958	12.3931
22h10m	-1.3816	-1.1061	-1.7348	-3.2961	16.2260	10.5727	12.3085
22h15m	-1.3539	-1.1126	-1.7524	-3.2686	15.9524	10.2497	12.2239
22h20m	-1.3263	-1.1173	-1.7704	-3.2397	15.6812	9.9267	12.1393
22h25m	-1.2989	-1.1204	-1.7887	-3.2093	15.4125	9.6037	12.0547
22h30m	-1.2717	-1.1217	-1.8073	-3.1772	15.1464	9.2807	11.9701
22h35m	-1.2447	-1.1212	-1.8263	-3.1434	14.8830	8.9576	11.8855
22h40m	-1.2181	-1.1188	-1.8456	-3.1078	14.6226	8.6346	11.8010
22h45m	-1.1919	-1.1145	-1.8652	-3.0702	14.3651	8.3115	11.7164
22h50m	-1.1661	-1.1083	-1.8851	-3.0306	14.1109	7.9885	11.6319
22h55m	-1.1409	-1.1000	-1.9053	-2.9888	13.8601	7.6654	11.5474
23h00m	-1.1163	-1.0896	-1.9257	-2.9446	13.6128	7.3424	11.4629
23h05m	-1.0924	-1.0772	-1.9463	-2.8980	13.3694	7.0193	11.3785
23h10m	-1.0693	-1.0625	-1.9671	-2.8488	13.1299	6.6963	11.2940
23h15m	-1.0471	-1.0456	-1.9880	-2.7969	12.8947	6.3732	11.2096
23h20m	-1.0258	-1.0264	-2.0090	-2.7421	12.6638	6.0501	11.1251
23h25m	-1.0056	-1.0048	-2.0300	-2.6842	12.4377	5.7271	11.0407
23h30m	-0.9866	-0.9809	-2.0510	-2.6231	12.2166	5.4040	10.9563
23h35m	-0.9687	-0.9546	-2.0718	-2.5587	12.0006	5.0809	10.8720
23h40m	-0.9523	-0.9257	-2.0924	-2.4907	11.7902	4.7578	10.7876
23h45m	-0.9373	-0.8944	-2.1127	-2.4191	11.5856	4.4347	10.7032
23h50m	-0.9238	-0.8606	-2.1326	-2.3436	11.3871	4.1116	10.6189
23h55m	-0.9120	-0.8242	-2.1519	-2.2641	11.1951	3.7885	10.5346
00h00m	-0.9020	-0.7854	-2.1706	-2.1805	11.0099	3.4654	10.4503
00h05m	-0.8938	-0.7440	-2.1885	-2.0926	10.8318	3.1423	10.3660
00h10m	-0.8876	-0.7001	-2.2054	-2.0005	10.6613	2.8192	10.2817
00h15m	-0.8835	-0.6538	-2.2212	-1.9039	10.4985	2.4961	10.1975
00h20m	-0.8814	-0.6052	-2.2358	-1.8028	10.3441	2.1730	10.1132
00h25m	-0.8816	-0.5543	-2.2489	-1.6972	10.1982	1.8499	10.0290
00h30m	-0.8841	-0.5013	-2.2603	-1.5871	10.0613	1.5268	9.9448
00h35m	-0.8889	-0.4462	-2.2699	-1.4726	9.9338	1.2036	9.8606
00h40m	-0.8961	-0.3894	-2.2776	-1.3538	9.8160	0.8805	9.7764
00h45m	-0.9057	-0.3309	-2.2830	-1.2308	9.7083	0.5574	9.6923
00h50m	-0.9177	-0.2710	-2.2861	-1.1039	9.6110	0.2342	9.6081
00h55m	-0.9322	-0.2100	-2.2867	-0.9732	9.5244	-0.0889	9.5240
01h00m	-0.9490	-0.1482	-2.2846	-0.8392	9.4489	-0.4120	9.4399
01h05m	-0.9682	-0.0858	-2.2797	-0.7022	9.3846	-0.7352	9.3558
01h10m	-0.9897	-0.0231	-2.2720	-0.5626	9.3319	-1.0583	9.2717
01h15m	-1.0133	0.0394	-2.2613	-0.4209	9.2909	-1.3815	9.1876
01h20m	-1.0390	0.1014	-2.2477	-0.2776	9.2618	-1.7047	9.1036
01h25m	-1.0667	0.1626	-2.2310	-0.1332	9.2447	-2.0278	9.0195
01h30m	-1.0963	0.2226	-2.2115	0.0118	9.2396	-2.3510	8.9355
01h35m	-1.1275	0.2811	-2.1890	0.1566	9.2466	-2.6742	8.8515
01h40m	-1.1602	0.3378	-2.1638	0.3009	9.2657	-2.9973	8.7675
01h45m	-1.1942	0.3922	-2.1359	0.4440	9.2968	-3.3205	8.6835
01h50m	-1.2294	0.4443	-2.1055	0.5854	9.3397	-3.6437	8.5996
01h55m	-1.2656	0.4936	-2.0728	0.7246	9.3943	-3.9669	8.5156

T UTC	A	B	C	dD/dt "/min	D	X	Y
02h00m	-1.3026	0.5399	-2.0381	0.8612	9.4604	-4.2901	8.4317
02h05m	-1.3402	0.5832	-2.0014	0.9946	9.5377	-4.6133	8.3478
02h10m	-1.3783	0.6231	-1.9631	1.1247	9.6260	-4.9365	8.2639
02h15m	-1.4168	0.6597	-1.9234	1.2510	9.7250	-5.2597	8.1800
02h20m	-1.4554	0.6928	-1.8825	1.3733	9.8344	-5.5829	8.0961
02h25m	-1.4940	0.7224	-1.8406	1.4914	9.9538	-5.9061	8.0123
02h30m	-1.5326	0.7484	-1.7981	1.6052	10.0829	-6.2293	7.9285
02h35m	-1.5709	0.7709	-1.7550	1.7145	10.2212	-6.5525	7.8446
02h40m	-1.6089	0.7899	-1.7115	1.8194	10.3685	-6.8757	7.7608
02h45m	-1.6465	0.8054	-1.6680	1.9197	10.5243	-7.1989	7.6770
02h50m	-1.6836	0.8175	-1.6245	2.0156	10.6883	-7.5222	7.5933
02h55m	-1.7202	0.8264	-1.5811	2.1071	10.8601	-7.8454	7.5095
03h00m	-1.7561	0.8320	-1.5381	2.1942	11.0394	-8.1686	7.4258
03h05m	-1.7913	0.8346	-1.4955	2.2771	11.2257	-8.4918	7.3420
03h10m	-1.8258	0.8341	-1.4535	2.3560	11.4188	-8.8151	7.2583
03h15m	-1.8595	0.8308	-1.4120	2.4308	11.6183	-9.1383	7.1746
03h20m	-1.8924	0.8248	-1.3713	2.5018	11.8238	-9.4616	7.0909
03h25m	-1.9244	0.8161	-1.3313	2.5692	12.0352	-9.7848	7.0073
03h30m	-1.9556	0.8050	-1.2921	2.6331	12.2519	-10.1081	6.9236
03h35m	-1.9858	0.7914	-1.2538	2.6936	12.4739	-10.4313	6.8400
03h40m	-2.0151	0.7756	-1.2164	2.7510	12.7008	-10.7546	6.7564
03h45m	-2.0435	0.7576	-1.1798	2.8053	12.9323	-11.0779	6.6728
03h50m	-2.0709	0.7376	-1.1441	2.8568	13.1683	-11.4011	6.5892
03h55m	-2.0973	0.7157	-1.1094	2.9055	13.4084	-11.7244	6.5056
04h00m	-2.1228	0.6919	-1.0756	2.9517	13.6525	-12.0477	6.4221
04h05m	-2.1472	0.6664	-1.0426	2.9955	13.9003	-12.3710	6.3385
04h10m	-2.1706	0.6393	-1.0106	3.0369	14.1516	-12.6942	6.2550
04h15m	-2.1930	0.6106	-0.9795	3.0762	14.4064	-13.0175	6.1715
04h20m	-2.2144	0.5805	-0.9493	3.1134	14.6643	-13.3408	6.0880
04h25m	-2.2348	0.5490	-0.9199	3.1488	14.9252	-13.6641	6.0045
04h30m	-2.2541	0.5162	-0.8913	3.1823	15.1890	-13.9874	5.9210
04h35m	-2.2723	0.4822	-0.8636	3.2141	15.4555	-14.3107	5.8376
04h40m	-2.2895	0.4470	-0.8367	3.2442	15.7247	-14.6340	5.7542
04h45m	-2.3056	0.4108	-0.8106	3.2729	15.9962	-14.9573	5.6708
04h50m	-2.3207	0.3736	-0.7852	3.3001	16.2701	-15.2806	5.5874
04h55m	-2.3347	0.3354	-0.7606	3.3260	16.5462	-15.6039	5.5040
05h00m	-2.3476	0.2963	-0.7367	3.3506	16.8244	-15.9273	5.4206

Les deux tableaux suivants donnent les paramètres de réduction pour les instants des contacts et du maximum du passage géocentrique.

T UTC	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	dX/dt "/min	dY/dt "/min	cos ω	sin ω
22h 09m 40.776s	-.1.1344	-2.2034	-0.8489	0.4370	-2.2869	-3.8762	-1.0156	0.7581	0.6522
22h 27m 28.854s	-.0.9600	-2.2848	-0.8803	0.3699	-2.2869	-3.8764	-1.0150	0.7862	0.6180
25h 29m 35.688s	0.9577	-2.2858	-0.8812	-0.3692	-2.2867	-3.8780	-1.0082	0.9678	-0.2516
28h 31m 42.316s	2.3019	-0.9182	-0.3542	-0.8879	-2.2865	-3.8796	-1.0014	0.3856	-0.92265
28h 49m 30.414s	2.3662	-0.7368	-0.2842	-0.9127	-2.2864	-3.8797	-1.0007	0.3445	-0.9388

T UTC	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	dD/dt "/m	<i>D</i> '	<i>X</i> '	<i>Y</i> '
22h 9m 40.776s	-.1.3833	-1.1057	-1.7337	-3.2978	16.2436	10.5934	12.3139
22h 27m 28.854s	-.1.2854	-1.1213	-1.7979	-3.1936	15.2801	9.4434	12.0127
25h 29m 35.688s	-.1.0938	0.2178	-2.2132	0.0000	9.2396	-2.3248	8.9423
28h 31m 42.316s	-.2.2604	0.5047	-0.8818	3.1933	15.2796	-14.0977	5.8926
28h 49m 30.414s	-.2.3192	0.3773	-0.7877	3.2975	16.2430	-15.2487	5.5956